CCP PC 1 2004 Problème II

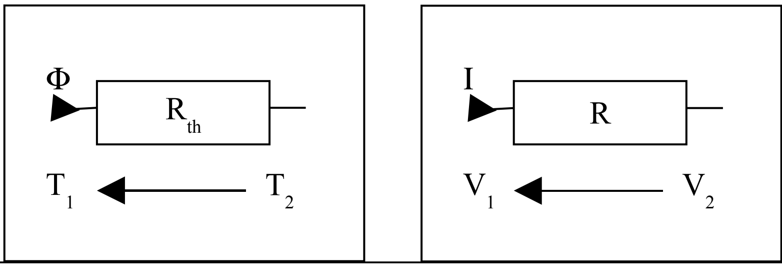
TRANSFERTS THERMIQUES DANS UN TUBE ECHANGEUR

I Transfert thermique dans un milieu homogène.

	I.1	Le flux thermique se fait des zones chaudes vers les zones froides
	I.2	$d\Phi = \vec{j}\cdot\vec{n}\,dS$
	I.3	Isothermes dT = 0 donc $\vec{j}.\vec{dl} = -\lambda\,\overrightarrow{grad}\,T\,\vec{dl} = -\lambda dT = 0$ Les <u>isothermes</u> sont donc telles que jdl= 0 => <u>j orthogonal à dl</u> Alors que les <u>lignes de flux</u> sont <u>tangentes à dl</u>
	I.4	$\iiint \rho c \frac{\partial T}{\partial t}\,dV = \text{puissance stockée dans V}$ $\oiint \vec{j}\cdot\vec{n}\,dS = \text{puissance échangée à travers S}$ $\iiint p_{th}\,dV = \text{puissance produite dans V}$ et $\oiint \vec{j}\cdot\vec{n}\,dS = \iiint \mathrm{div}\,\vec{j}\,dV$ la forme locale de l'équation précédente est donc $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \mathrm{div}\vec{j} = p_{th}$. Avec la loi de Fourier, et div(λgrad)=$\lambda\,\Delta$ pour un solide homogène et isotrope ceci s'écrit : $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = p_{th}$
	I.5	$a = \frac{\lambda}{\rho c}$ diffusivité thermique . en m^2s^{-1}

II Transfert thermique dans un tube

	II.1	<u>Régime stationnaire</u> : T indépendant de t <u>Symétrie cylindrique et invariance selon Oz</u> : T ne dépend que de r <u>Pas de terme de source : p_{th}</u>=0 : L'équation de la chaleur se réduit alors à $\Delta T = 0$ $\frac{1}{r}\frac{dT}{dr} + \frac{d^2T}{dr^2} = 0 \iff \frac{1}{r}\frac{d(r\frac{dT}{dr})}{dr} = 0 \Rightarrow r\frac{dT}{dr} = A$ donc $\frac{dT}{dr} = \frac{A}{r} \Rightarrow dT = A\frac{dr}{r}$ soit $T(r) - T_1 = A\ln\frac{r}{r_1}$ avec $T_2 - T_1 = A\ln\frac{r_2}{r_1}$ $T(r) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2/r_1)}\ln\frac{r}{r_1}$ le flux thermique est $\phi = \iint \vec{j}\,\vec{n}\,ds = -\lambda\frac{dT}{dr}(2\pi r L) = -\lambda\frac{A}{r}(2\pi r L) = -2\lambda\pi A L$ $\phi = -2\pi\lambda L\frac{T_2 - T_1}{\ln(r_2/r_1)}$ Ce flux est constant car le régime est stationnaire
	II.2	$R_{th} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L\lambda}$ s'exprime en KW^{-1}.

		
	II.3	$\Delta T = -\frac{p_{th}}{\lambda}$ soit $\frac{1}{r}\frac{dT}{dr}+\frac{d^2T}{dr^2} = \frac{1}{r}\frac{d(r\frac{dT}{dr})}{dr} = -\frac{p_{th}}{\lambda}$ $\frac{d(r\frac{dT}{dr})}{dr} = -\frac{p_{th}}{\lambda} r \Rightarrow r\frac{dT}{dr} = -\frac{p_{th}}{\lambda}\frac{r^2}{2}+B$ $\frac{dT}{dr} = -\frac{p_{th}}{\lambda}\frac{r}{2}+\frac{B}{r}$ => $T(r)-T_1 = \frac{p_{th}}{4\lambda}(r^2-r_1{}^2)+B\ln\frac{r}{r_1}$ On détermine B à l'aide deTt($r=r_2$)=T_2 $T(r) = T_1 + \frac{p_{th}}{4\lambda}(r^2-r_1{}^2)+[(T_2-T_1)+\frac{p_{th}}{4\lambda}(r_2{}^2-r_1{}^2)]\frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}$ Φ n'est plus proportionnel à (T_2-T_1) : la notion de résistance thermique n'a plus de sens
	II.4	$\iint \vec{j}\vec{n}dS = 2\pi r\,L\,j = 2\pi r\,L\,h_c\,(T_p - T_f) = \frac{T_p - T_f}{R_c}$ avec $R_C = \frac{1}{2\pi r\,L\,h_c}$ Si h_C -> infini Tp-> T_f car j demeure fini
	II.5	$j = \varepsilon\sigma(Tp^4 - Ta^4)$ s'écrit avec $Tp = T_m + \frac{Tp - Ta}{2} = T_m + \theta$ et $Ta = T_m - \theta$ $j = \varepsilon\sigma(Tp^4 - Ta^4) = \varepsilon\sigma((T_m+\theta)^4 - (T_m-\theta)^4) = \varepsilon\sigma T_m{}^4[(1+\frac{\theta}{T_m})^4 - (1-\frac{\theta}{T_m})^4]$ $j \approx \varepsilon\sigma T_m{}^4[8\frac{\theta}{T_m}] \approx \varepsilon\sigma T_m{}^3\, 8\,\frac{Tp-Ta}{2} = 4\varepsilon\sigma T_m{}^3(Tp-Ta)$ donc $h_{ray} = 4\varepsilon\sigma T_m{}^3$ A.N h_{ray} = 0.59 j_r= 167 Wm^{-2} j_c = 200 Wm^{-2} Les deux termes sont du même ordre . J= jray+jc= (h_{ray}+h_c)(T_p-T_{f-}) équivalent aux deux résistances en parallèle
-	**II.6**	Le flux est le même à travers les trois couches : équivalent a trois résistances en série. $T_1 - T_2 = R_1\,\Phi$ $T_2 - T_e = R_e\,\Phi$ avec $T_f - T_e = R_c\,\Phi$ $R_1 = \frac{1}{2\pi\lambda L}\ln\frac{r_2}{r_1}$ $R_e = \frac{1}{2\pi\lambda_e L}\ln\frac{r_2+e}{r_2}$ $R_c = \frac{1}{2\pi(r_2+e)L\,h}$

	II.7	$\Phi = \dfrac{T_1 - T_f}{R_1 + R_{e_c} + R_c}$ soit $\Phi = \dfrac{2\pi L (T_1 - T_f)}{\dfrac{1}{\lambda}\ln\dfrac{r_2}{r_1} + \dfrac{1}{\lambda_e}\ln\dfrac{r_2+e}{r_2} + \dfrac{1}{h_c(r_2+e)}}$ la couche d'isolant augmente la résistance de conduction Re mais diminue la résistance de convection Rc Il y a donc une valeur optimale de e qui correspond à $\dfrac{d(Re+Rc)}{de} = 0$ Soit en posant x = r_2+e $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1}{\lambda e}\ln x + \dfrac{1}{h_c x}\right) = 0 \Rightarrow x = \dfrac{\lambda_e}{h}$ $e = \dfrac{\lambda_e}{h_c} - r_2$

III Ebullition de l'eau en convection forcée

	III.1	P = R I^2 R = Résistance électrique = ξ_{elec} $L/\pi(r_2^2 - r_1^2)$ Pour un tube de longueur unité $p_j = \xi_{elec} \dfrac{I^2}{\pi(r_2^2 - r_1^2)}$
	III.2	Pendant dt ,l'eau qui passe de x en x+dx (soit le volume S qdt) se réchauffe de dT en recevant une quantité de chaleur $\delta Q = p_j$ Sdx pendant dt $\delta Q = \rho_{eau}\, c_{eau}\, q d S dT = p_j\, S\, dx\, dt$ soit $\rho_{eau}\, c_{eau}\, q \dfrac{dT}{dx} = p_j = \xi_{elec} \dfrac{I^2}{\pi(r_2^2 - r_1^2)}$ On a négligé le transfert par <u>conduction</u> dans l'eau, beaucoup plus lent que le transfert par convection. A.N x_c = 1 m Pour $x > x_c$ il y a ébullition
	III.3	$q\, L \rho_{eau} = \xi_{elec} \dfrac{I^2}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} d$ d = 6.7 m Il y a un palier de de changement d'état  le tube n'est pas parfaitement isolé : $d_{réel} > d_{théorique}$