PHYSIQUE I

À propos de l'oscillateur à pont de Wien...

Les amplificateurs opérationnels (notés $A.O.$ par la suite) utilisés dans ce problème sont identiques et supposés idéaux. La tension de saturation en sortie de ces $A.O.$ est notée V_{sat} et on suppose que, dans tous les montages proposés, la saturation en courant n'est jamais atteinte. Toutes les valeurs numériques utiles sont regroupées ci-après : $V_{sat} = 14\ \mathrm{V}$, $C = 100\ \mathrm{nF}$, $R = 10\ \mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 600\ \Omega$, $r = 100\ \mathrm{k\Omega}$, $R_0 = 200\ \Omega$, $V_p = 3\ \mathrm{V}$.

Cet énoncé propose plusieurs graphes dont les échelles sont **:**

- Échelle des abscisses : t en secondes (s).
- Échelle des ordonnées des graphes 4, 5 et 6 : V_1 ou V_2 en volts (V).

Partie I - Préliminaire

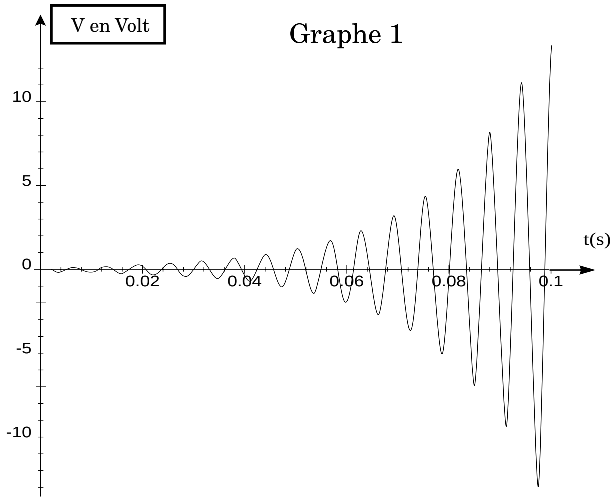
On considère une fonction du temps t, $V(t)$, solution de l'équation différentielle :

$$\frac{d^2V}{dt^2} + b\omega\frac{dV}{dt} + \omega^2 V = 0$$

b et ω désignent des coefficients réels et constants, ω est positif.

I.A - Quelles sont les dimensions de b et ω. Justifier brièvement votre réponse.

I.B - Le graphe 1 représente la fonction $V(t)$ en Volt pour un couple de valeurs de b et de ω.

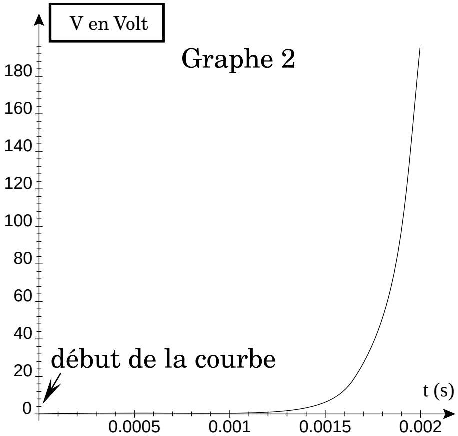


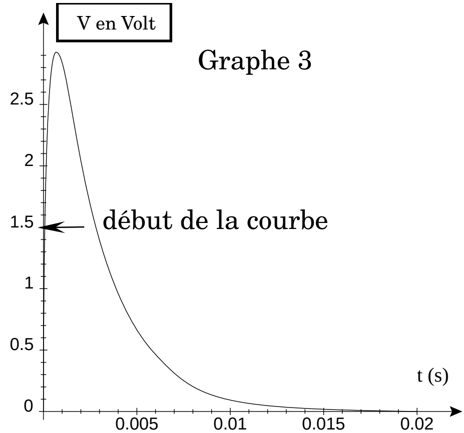
I.B.1) Caractériser brièvement l'allure de la courbe. Quel est le signe de b ? Quel est le signe du discriminant associé à

Filière TSI

l'équation différentielle ci-dessus ? Que peut-on dire de la valeur de V à l'instant initial ? Justifier brièvement vos réponses.

I.B.2) En mesurant directement sur le graphe 1 les amplitudes et la pseudo-période des oscillations, expliquer pourquoi on peut négliger b^2 devant l'unité et en déduire les valeurs numériques approximatives des coefficients b et ω.





I.C - Le graphe 2 représente la fonction $V(t)$ en Volt pour une seconde valeur du coefficient b (ω n'ayant pas été modifié). Caractériser brièvement l'allure de la courbe. Quel est le signe de b ? Quel est le signe du discriminant associé à l'équation différentielle ? Que peut-on dire de la valeur de V à l'instant initial ? Justifier brièvement vos réponses

I.D - Reprendre la question I.C) dans le cas du graphe 3 où l'on a donné au coefficient b une troisième valeur (ω n'ayant pas été modifié).

Partie II - Montage de base

II.A -

II.A.1) Dans le montage amplificateur (A) de la figure 1, montrer que, lorsque l'$A.O.$ fonctionne en régime linéaire, on peut écrire $V_2 = GV_1$ et exprimer le gain G de l'amplificateur (A) en fonction de R_1 et R_2.

II.A.2) Dans quel domaine de tensions V_1 peut-il varier sans provoquer la saturation de l'$A.O.$. On définira ainsi une valeur critique V_{1C} de la tension d'entrée que l'on exprimera en fonction de V_{sat} et G.

II.A.3) Tracer la courbe représentant V_2 en fonction de V_1 pour V_1 variant de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$.

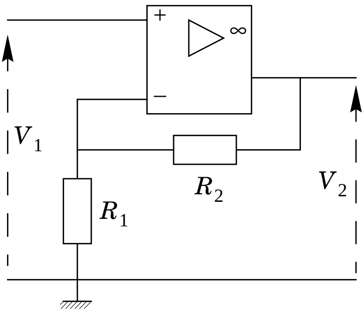


Figure 1 : Amplificateur (A)

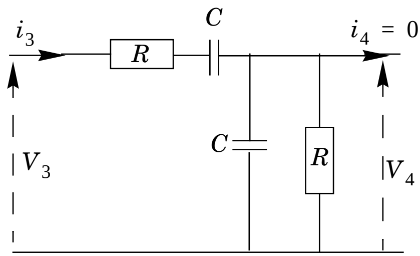


Figure 2 : filtre de Wien (W)

II.B - On considère le « filtre de Wien » (W) représenté figure 2 et on suppose qu'aucun courant ne sorte de ce filtre $(i_4 = 0)$. Les équations demandées dans les questions qui suivent seront établies directement sans passer par la notation complexe.

II.B.1) Exprimer le courant d'entrée i_3 en fonction de R, C, de V_4 et de la dérivée dV_4/dt.

II.B.2) Montrer que les tensions d'entrée V_3 et de sortie V_4 sont liées par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2V_4}{dt^2} + a\omega_0\frac{dV_4}{dt} + \omega_0^2 V_4 = \omega_0\frac{dV_3}{dt}$$

Exprimer le coefficient ω_0 en fonction de R et C et déterminer la valeur numérique du paramètre a, valeur que l'on utilisera ultérieurement.

II.C - On relie l'amplificateur (A) et le filtre (W) suivant le schéma de la figure 3.

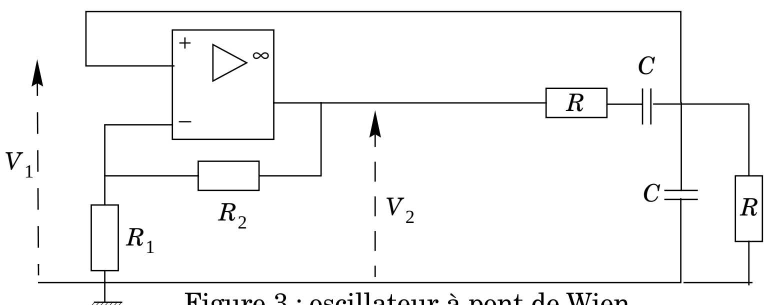


Figure 3 : oscillateur à pont de Wien

II.C.1) Montrer que l'on peut utiliser l'équation obtenue à la question II.B.2.

II.C.2) Montrer que la tension V_1 est régie par le système d'équations différentielles

$$\frac{d^2V_1}{dt^2} + b_1\omega_0\frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 = 0 \text{ si } |V_1| \le V_{1C}$$

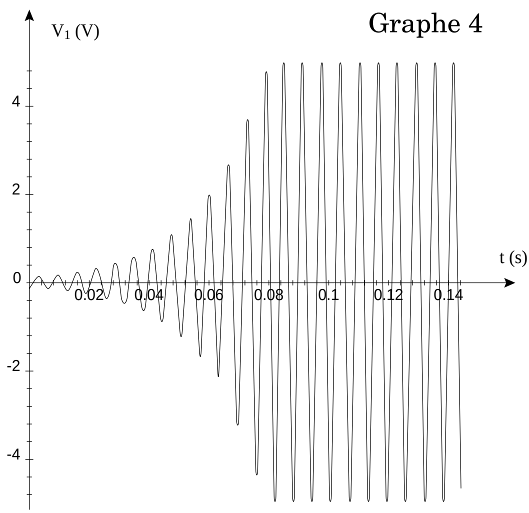
$$\frac{d^2V_1}{dt^2} + b_2\omega_0\frac{dV_1}{dt} + \omega_0^2 V_1 = 0 \text{ si } |V_1| > V_{1C}$$

Exprimer le coefficient b_1 en fonction du gain G de l'amplificateur (A) et déterminer la valeur numérique du coefficient b_2.

II.C.3) Montrer que la tension V_1 et sa dérivée dV_1/dt sont nécessairement des fonctions continues du temps.

II.C.4) Quelle valeur minimale G_0 doit-on donner au gain G pour faire fonctionner l'oscillateur ? Pourquoi ? Dans toute la suite de ce problème, on supposera évidemment $G > G_0$.

II.D - Première simulation : on donne à G la valeur $G_1 = 3,1$ et on observe la tension V_1 représentée sur le graphe 4.

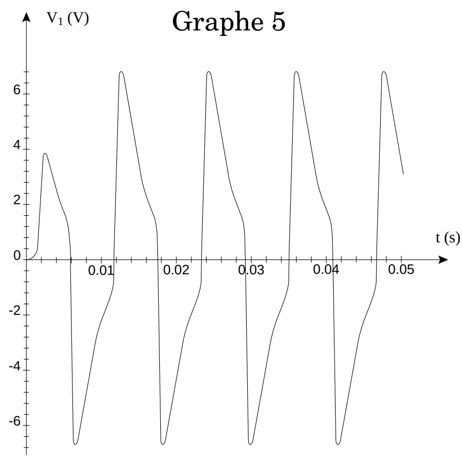


II.D.1) En vous aidant des résultats établis lors de la partie I (Préliminaire), commenter de manière précise et claire la forme du graphe. On distingue en particulier deux régimes successifs : un régime transitoire où l'amplitude des oscillations augmente et un régime établi où l'amplitude des oscillations reste constante ; expliquer pourquoi il en est ainsi.

II.D.2) Tracer, en conservant approximativement comme échelle des temps celle du graphe 4, l'allure de la tension V_2 en fonction du temps t.

II.D.3) On se place en régime établi. Mesurer la période des oscillations, en déduire la valeur numérique de la pulsation correspondante et comparer celle-ci à la valeur numérique de ω_0. Commenter brièvement.

II.E - Seconde simulation : on donne à G la valeur $G_2 = 10$ et on observe la tension V_1 représentée sur le graphe 5.



II.E.1) En vous aidant encore des résultats établis lors de la partie I, commenter de manière précise et claire la forme du graphe. Le régime transitoire existe-t-il toujours ?

II.E.2) Tracer, en conservant approximativement comme échelle des temps celle du graphe 5, l'allure de la tension V_2 en fonction du temps t.

II.E.3) Mesurer la période des oscillations en régime établi ; est-elle très différente de celle mesurée en II.D. Pourquoi ?

II.E.4) Retrouver, à partir d'une mesure adéquate sur le graphe, l'ordre de grandeur de la valeur numérique de G_2.

II.F - Est-il possible avec le montage proposé de régler l'amplitude des oscillations ? Pourquoi ?

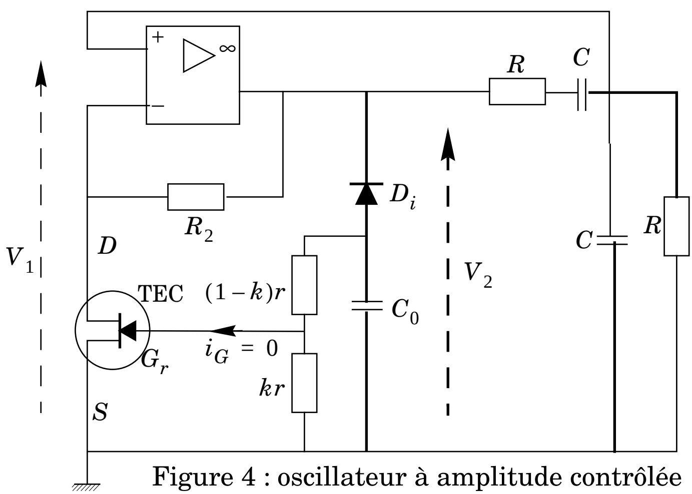
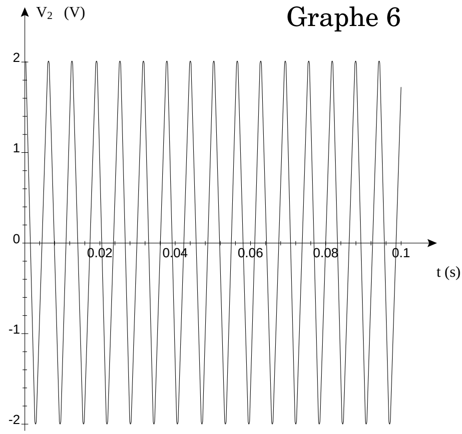


Figure 4 : oscillateur à amplitude contrôlée

Partie III - Montage avec contrôle de l'amplitude des oscillations



On remplace dans le montage la résistance R_1 par un transistor à effet de champ (noté TEC sur la figure 4). Un TEC est un dispositif électronique à trois bornes respectivement appelées source S, drain D et grille G_r ; on admettra que le courant i_G entrant en G_r est toujours nul. On constate alors que, moyennant un bon choix des différents composants (choix que nous supposerons évidemment réalisé), l'$A.O.$ fonctionne toujours en régime linéaire et, en régime établi, les tensions V_1 et V_2 sont pratiquement sinusoïdales (graphe 6). **Dans toute la suite, on se place donc en régime établi** et on suppose les tensions V_1 et V_2 parfaitement sinusoïdales de même pulsation Ω et d'amplitudes respectives V_{10} et V_{20} (Ω,V_{10}, et V_{20} sont des constantes réelles positives).

III.A - Considérons la partie de l'oscillateur représentée figure 5 alimentée par la tension sinusoïdale $V_2(t) = V_{20}\cos\Omega t$ de période $T = 2\pi/\Omega$.
La diode D_i est supposée idéale, sans tension de seuil, le coefficient constant k est réglable entre 0 et 1 (les résistances kr et $(1-k)r$ forment en réalité un potentiomètre), le courant i_G est nul. On suppose en outre que la résistance r et la capacité C_0 vérifient $rC_0\Omega \gg 1$.

III.A.1) Étude du circuit lorsque le condensateur de capacité C_0 est débranché : déterminer la tension $V_G(t)$ et tracer l'une en dessous de l'autre et avec les mêmes échelles de temps et de tension les courbes représentant les tensions $V_2(t)$ et $V_G(t)$.

III.A.2) Étude du circuit complet, condensateur branché : décrire qualitativement, en régime établi, l'évolution temporelle de la tension $V_G(t)$. On pourra s'aider d'une représentation graphique. Sur une période, à partir de quel instant t_0 la diode cesse-t-elle de conduire ? Montrer que $V_G(t_0) \approx -kV_{20}$. Comment la tension $V_G(t)$ évolue-t-elle ensuite ?

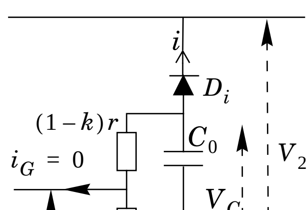


Figure 5 : détecteur de crête

III.A.3) On désigne par V_{G0} la valeur moyenne et par ΔV_G l'amplitude de l'oscillation de la tension

$V_G(t)$ sur une période. Montrer que ΔV_G est sensiblement proportionnelle à la période T et est très faible devant $|V_{G0}|$; exprimer (en faisant toutes approximations utiles) V_{G0} en fonction de k et V_{20} et le rapport $\Delta V_G / |V_{G0}|$ en fonction de r, C_0 et Ω.

III.A.4) **Application numérique** : déterminer la valeur minimale à donner à la capacité C_0 pour que le rapport $\Delta V_G / |V_{G0}|$ soit inférieur à 1%. On prendra pour valeur numérique de Ω celle qui correspond à ω_0. Dans toute la suite on assimilera la tension $V_G(t)$ à sa valeur moyenne V_{G0}.

III.B - Dans le montage amplificateur (A') de la figure 6 (partie de la figure 4), le TEC se comporte entre les points S et D comme une résistance R_{DS} variable contrôlée par la tension continue V_{G0} :

$$R_{DS} = \frac{R_0}{1 + \dfrac{V_{G0}}{V_P}}.$$

Les constantes positives R_0 et V_P sont caractéristiques du TEC. Dans ces conditions, les tensions $V_{DS} = V_D - V_S$ et $V_{GS} = V_G - V_S$ doivent vérifier respectivement : $-1V \le V_{DS} \le 1V$ et $-V_P \le V_{GS} \le 0$.

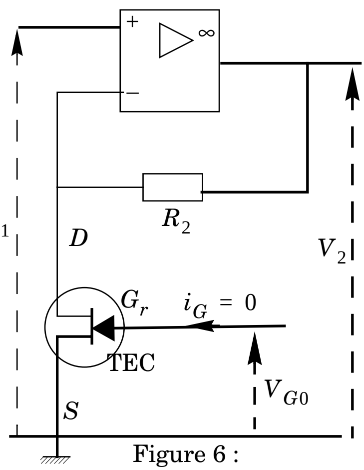


Figure 6 :
amplificateur (A') à amplitude contrôlée

III.B.1) Exprimer le gain G' de l'amplificateur (A') en fonction de R_{DS} et de R_2.

III.B.2) En utilisant la valeur de V_{G0} trouvée à la question III.A.3) exprimer G' en fonction de l'amplitude V_{20} de la tension $V_2(t)$ et des paramètres V_P, R_0, k et R_2.

III.B.3) Quelle est la différence de phase entre les tensions V_1 et V_2 ?

III.B.4) Exprimer l'amplitude V_{20} en fonction de celle V_{10} de la tension $V_1(t)$ et de V_P, R_0, k et R_2.

III.C - On considère le filtre de Wien (W) de la figure 2 en régime sinusoïdal.

III.C.1) Déterminer la fonction de transfert complexe $\underline{H}(j\Omega)$ de ce filtre (on note j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$) en fonction de ω_0 et Ω.

III.C.2) Pour quelle valeur de la pulsation Ω les tensions V_3 et V_4 sont-elles en phase ? Quelle est alors la relation entre les amplitudes V_{30} et V_{40} de ces tensions ?

III.D - Dans le montage oscillateur de la figure 4, on a relié amplificateur (A') et filtre de Wien (W).

III.D.1) Montrer qu'une oscillation sinusoïdale ne peut exister dans l'oscillateur que si sa pulsation Ω possède une certaine valeur que l'on exprimera en fonction de ω_0. On supposera cette condition réalisée dans toute la suite.

III.D.2) Tracer sur le même graphe deux courbes différentes de l'amplitude V_{20} de la tension V_2 en fonction de celle V_{10} de la tension V_1 (cf questions III.B.4) et III.C.2). En déduire les valeurs des amplitudes V_{10} et V_{20} de l'oscillation en fonction de R_0, R_2, k, V_P. Quelle doit être la valeur minimale (à exprimer en fonction de R_0) de la résistance R_2 pour que cette oscillation puisse exister ?

III.D.3) **Application numérique** : Calculer V_{10} et V_{20} en fonction du coefficient k. Un bon fonctionnement du TEC impose certaines conditions sur les tensions V_{DS} et V_{GS} à ses bornes (cf question III.B). Montrer que ces conditions ne permettent pas de faire varier k entre 0 et 1 mais dans un domaine plus restreint que l'on précisera. Vérifier que l'$A.O.$ fonctionne bien en régime linéaire.

Remarque : pour obtenir des oscillations d'amplitude plus élevée et pour ne pas être « ennuyé » par la condition restrictive sur le coefficient k, on place en général une résistance en série avec le TEC pour permettre à ce dernier de toujours se comporter comme une résistance variable, même lorsque l'amplitude des oscillations est plus importante.

III.D.4) Le graphe 6 représente la tension $V_2(t)$ à la sortie de l'amplificateur (A'). En mesurant l'amplitude de cette tension, en déduire la valeur du coefficient k du montage.

III.D.5) Montrer, en utilisant le graphe établi à la question III.D.2, que l'amplitude de l'oscillation reste stable.

••• FIN •••